

ПРОЕКТ

Государственный выпускной экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Демонстрационный вариант
контрольных измерительных материалов государственного
выпускного экзамена по МАТЕМАТИКЕ
для участников, освоивших основные образовательные
программы среднего общего образования
и не планирующих поступать в вузы в 2021 году

подготовлен Федеральным государственным бюджетным
научным учреждением

«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

Государственный выпускной экзамен по МАТЕМАТИКЕ

**Пояснения к демонстрационному варианту контрольных
измерительных материалов государственного выпускного экзамена
по МАТЕМАТИКЕ**

для участников, освоивших основные образовательные программы
среднего общего образования
и не планирующих поступать в вузы в 2021 году

При ознакомлении с демонстрационным вариантом контрольных измерительных материалов (КИМ) государственного выпускного экзамена по математике для участников, освоивших основные образовательные программы среднего общего образования и не планирующих поступать в вузы в 2021 г. (ГВЭ-аттестат), следует иметь в виду, что задания, включённые в него, не отражают всех элементов содержания, которые будут проверяться с помощью вариантов КИМ в 2021 г. Полный перечень элементов содержания, которые могут контролироваться на государственном выпускном экзамене 2021 г., приведён в кодификаторе элементов содержания и требований к уровню подготовки выпускников общеобразовательных учреждений по математике.



В демонстрационном варианте представлены конкретные примеры заданий, не исчерпывающие всего многообразия возможных формулировок заданий на каждой позиции варианта экзаменационной работы.

Назначение демонстрационного варианта заключается в том, чтобы дать возможность любому участнику ГВЭ-аттестат и широкой общественности составить представление о структуре будущих вариантов КИМ, количестве заданий, об их форме и уровне сложности.

В демонстрационном варианте представлено по несколько примеров заданий на некоторые позиции экзаменационной работы. В реальных вариантах экзаменационной работы на каждую позицию будет предложено только одно задание.

Эти сведения позволят выпускникам выработать стратегию подготовки к ГВЭ-аттестат по математике в 2021 г.

**Демонстрационный вариант
контрольных измерительных материалов
государственного выпускного экзамена
по МАТЕМАТИКЕ для участников, освоивших основные
образовательные программы среднего общего образования
и не планирующих поступать в вузы в 2021 году**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа включает в себя 14 заданий.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 2 часа (120 минут).

Ответы к заданиям 1–14 запишите в поля ответов в работе, а затем перенесите в бланк ответов. Для этого в бланке ответов запишите номера всех заданий в столбец следующим образом:

- 1)
- 2)
- 3)
- ...
- 13)
- 14)

Ответы к заданиям 1–14 запишите в бланк ответов справа от номеров соответствующих заданий. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый.

Бланк ответов заполняется яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

Алгебра

Таблица квадратов целых чисел от 0 до 99

Десятки	Единицы									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

Свойства арифметического квадратного корня

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0 \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0$$

Корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ при } b^2 - 4ac > 0$$

$$x = -\frac{b}{2a} \text{ при } b^2 - 4ac = 0$$

Формулы сокращённого умножения

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Степень и логарифм

Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Свойства логарифма при $a > 0, a \neq 1, b > 0, x > 0, y > 0$

$$a^{\log_a b} = b$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

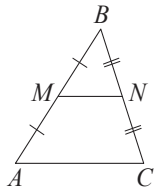
$$\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

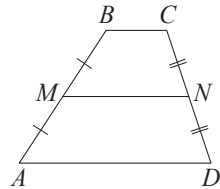
$$\log_a b^k = k \log_a b$$

Геометрия

Средняя линия треугольника и трапеции

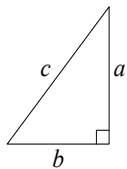


MN — ср. лин.
 $MN \parallel AC$
 $MN = \frac{AC}{2}$



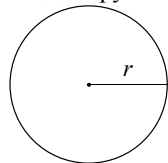
$BC \parallel AD$
 MN — ср. лин.
 $MN \parallel AD$
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

Теорема Пифагора



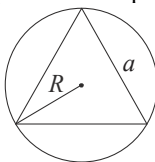
$$a^2 + b^2 = c^2$$

Длина окружности
Площадь круга

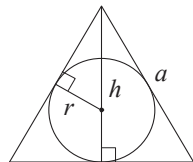


$C = 2\pi r$
 $S = \pi r^2$

Правильный треугольник



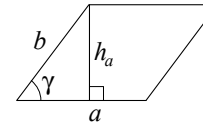
$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
 $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$



$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$
 $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

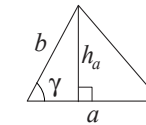
Площади фигур

Параллелограмм



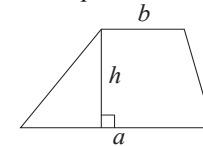
$S = ah_a$
 $S = ab \sin \gamma$

Треугольник



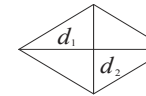
$S = \frac{1}{2} ah_a$
 $S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$

Трапеция



$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$

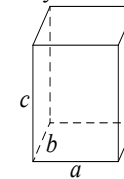
Ромб



d_1, d_2 — диагонали
 $S = \frac{1}{2} d_1 d_2$

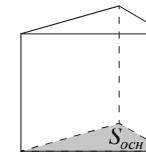
Площади поверхностей и объёмы тел

Прямоугольный параллелепипед



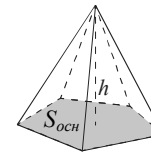
$V = abc$

Прямая призма



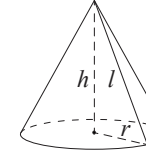
$V = S_{осн} h$

Пирамида



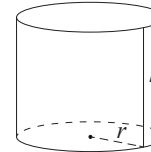
$V = \frac{1}{3} S_{осн} h$

Конус



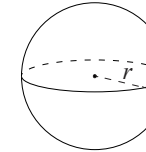
$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$
 $S_{бок} = \pi r l$

Цилиндр



$V = \pi r^2 h$
 $S_{бок} = 2\pi r h$

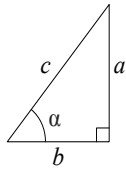
Шар



$V = \frac{4}{3} \pi r^3$
 $S = 4\pi r^2$

Тригонометрические функции

Прямоугольный треугольник

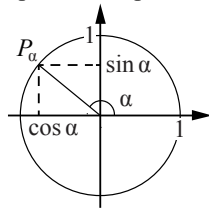


$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Тригонометрическая окружность



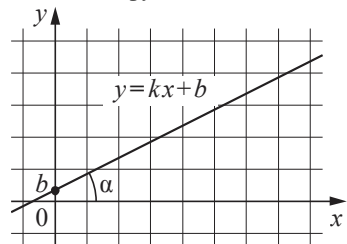
Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

α	радианы	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

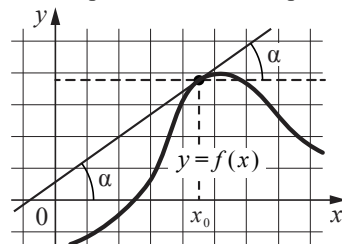
Функции

Линейная функция



$$k = \operatorname{tg} \alpha$$

Геометрический смысл производной



$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha$$

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, или целое число, или последовательность цифр. Ответ сначала запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в БЛАНК ОТВЕТОВ справа от номера соответствующего задания. Единицы измерений писать не нужно.

1 Баночка йогурта стоит 14 рублей 60 копеек. Какое наибольшее количество баночек йогурта можно купить на 100 рублей?

Ответ: _____.

ИЛИ

Килограмм моркови стоит 40 рублей. Олег купил 1 кг 600 г моркови. Сколько рублей сдачи он должен получить со 100 рублей?

Ответ: _____.

ИЛИ

Для ремонта требуется 63 рулона обоев. Какое наименьшее количество пачек обойного клея нужно для такого ремонта, если 1 пачка клея рассчитана на 6 рулонов?

Ответ: _____.

2 Ивану Кузьмичу начислена заработная плата 20 000 рублей. Из этой суммы вычитается налог на доходы физических лиц в размере 13%. Сколько рублей он получит после уплаты подоходного налога?

Ответ: _____.

ИЛИ

ЕГЭ по физике сдавали 25 выпускников школы, что составляет треть от общего числа выпускников. Сколько выпускников этой школы не сдавали экзамен по физике?

Ответ: _____.

ИЛИ

Площадь земель фермерского хозяйства, отведённых под посадку сельскохозяйственных культур, составляет 24 гектара и распределена между зерновыми и овощными культурами в отношении 5:3 соответственно. Сколько гектаров занимают овощные культуры?

Ответ: _____.

3 Найдите корень уравнения $3^{x-3} = 81$.

Ответ: _____.

ИЛИ

Найдите корень уравнения $\log_2(x-3) = 6$.

Ответ: _____.

ИЛИ

Решите уравнение $x^2 - x - 6 = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Ответ: _____.

4 В чемпионате по прыжкам в воду участвуют 35 спортсменов: 7 из России, 12 из Китая, 9 из Японии и 7 из США. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из России.

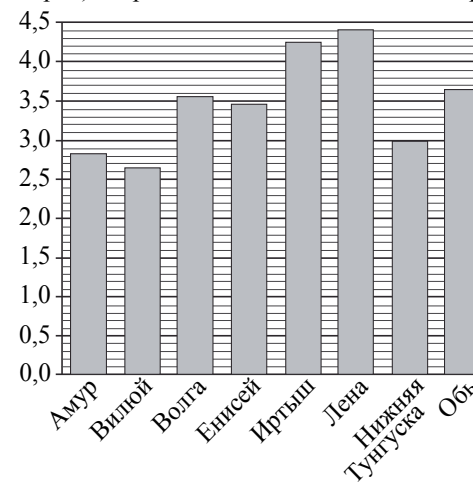
Ответ: _____.

ИЛИ

Из каждых 100 лампочек, поступающих в продажу, в среднем 3 неисправны. Какова вероятность того, что случайно выбранная в магазине лампочка окажется исправной?

Ответ: _____.

5 На диаграмме приведены данные о длине восьми крупнейших рек России (в тысячах километров). Первое место по длине занимает река Лена.



На каком месте по длине находится река Амур?

Ответ: _____.

ИЛИ

В таблице представлены данные о стоимости некоторой модели смартфона в различных магазинах.

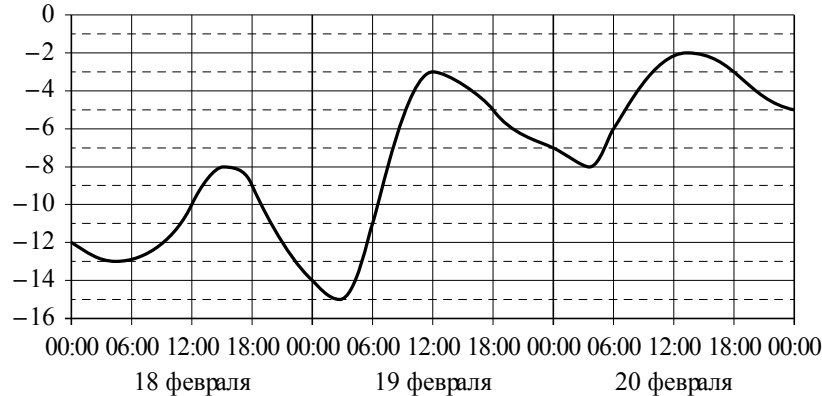
Магазин	Стоимость смартфона (руб.)
«ОК-Техника»	6733
«Скоростной»	7600
«Магия связи»	6559
«Про-фон»	7346
«Смартфон и Ко»	6599
«Прогресс-Э»	7548
«999 телефонов»	6959
«Макропоиск»	7049
«Вселенная телефонов»	6850

Найдите наименьшую стоимость смартфона среди представленных предложений. Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____.

ИЛИ

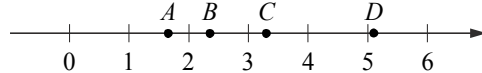
На графике показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. На горизонтальной оси отмечены число, месяц, время суток в часах; на вертикальной оси — значение температуры в градусах Цельсия.



Определите по графику наибольшую температуру воздуха 19 февраля. Ответ дайте в градусах Цельсия.

Ответ: _____.

6 На координатной прямой отмечены точки A, B, C и D .



Каждой точке соответствует одно из чисел в правом столбце. Установите соответствие между указанными точками и числами.

ТОЧКИ	ЧИСЛА
A	1) $\log_2 10$
B	2) $\frac{7}{3}$
C	3) $\sqrt{26}$
D	4) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-1}$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

A	B	C	D

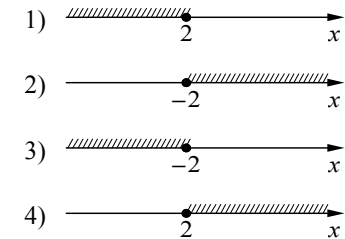
ИЛИ

Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА

- А) $2^x \geq 4$
- Б) $0,5^x \geq 4$
- В) $0,5^x \leq 4$
- Г) $2^x \leq 4$

РЕШЕНИЯ

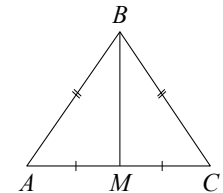


В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

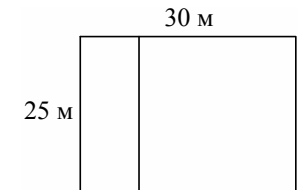
A	B	B	Γ

7 В треугольнике ABC известно, что $AB = BC = 13$, $AC = 10$. Найдите длину медианы BM .



Ответ: _____.

8 Дачный участок имеет форму прямоугольника со сторонами 25 метров и 30 метров. Хозяин планирует обнести его забором и разделить таким же забором на две части, одна из которых имеет форму квадрата. Найдите суммарную длину забора в метрах.

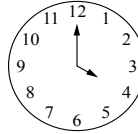


Ответ: _____.

ИЛИ

Какой угол (в градусах) образуют минутная и часовая стрелки в 16:00?

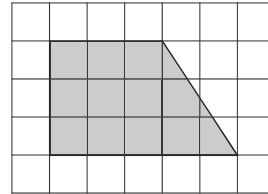
Ответ: _____.



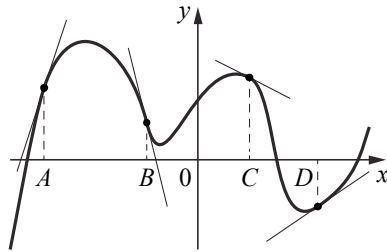
ИЛИ

План местности разбит на клетки. Каждая клетка обозначает квадрат $1\text{ м} \times 1\text{ м}$. Найдите площадь участка, изображённого на плане. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.



9 На рисунке изображены график функции и касательные, проведённые к нему в точках с абсциссами A, B, C и D .



В правом столбце указаны значения производной функции в точках A, B, C и D . Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке значение производной функции в ней.

ТОЧКИ

A
 B
 C
 D

ЗНАЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ

1) -4
2) 3
3) $\frac{2}{3}$
4) $-0,5$

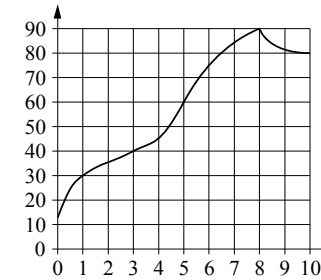
В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

A	B	C	D

ИЛИ

На графике изображена зависимость температуры от времени в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На горизонтальной оси отмечено время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя; на вертикальной оси — температура двигателя в градусах Цельсия.



Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу времени характеристику процесса разогрева двигателя на этом интервале.

ИНТЕРВАЛЫ ВРЕМЕНИ

А) 0–1 мин.
Б) 1–3 мин.
В) 3–6 мин.
Г) 8–10 мин.

ХАРАКТЕРИСТИКИ

1) самый медленный рост температуры
2) Температура падала.
3) Температура находилась в пределах от $40\text{ }^\circ\text{C}$ до $80\text{ }^\circ\text{C}$.
4) Температура не превышала $30\text{ }^\circ\text{C}$.

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

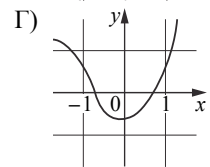
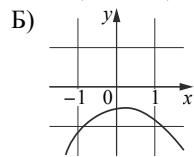
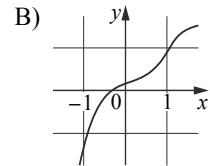
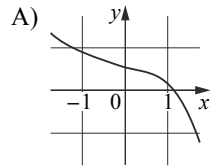
Ответ:

A	B	B	Γ

ИЛИ

Установите соответствие между графиками функций и характеристиками этих функций на отрезке $[-1; 1]$.

ГРАФИКИ



ХАРАКТЕРИСТИКИ

- 1) Функция имеет точку максимума на отрезке $[-1; 1]$.
- 2) Функция имеет точку минимума на отрезке $[-1; 1]$.
- 3) Функция возрастает на отрезке $[-1; 1]$.
- 4) Функция убывает на отрезке $[-1; 1]$.

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

10 Найдите трёхзначное число, сумма цифр которого равна 20, а сумма квадратов цифр делится на 3, но не делится на 9. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

Ответ: _____.

ИЛИ

На шести карточках написаны цифры 2, 3, 5, 6, 7, 7 (по одной цифре на каждой карточке). В выражении

$$\square + \square \square + \square \square \square$$

вместо каждого квадратика положили карточку из данного набора. Оказалось, что полученная сумма делится на 10, но не делится на 20. В ответе укажите какую-нибудь одну такую сумму.

Ответ: _____.

ИЛИ

Вычеркните в числе 75157613 три цифры так, чтобы получившееся число делилось на 12. В ответе укажите какое-нибудь одно получившееся число.

Ответ: _____.

11 Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = 0,8$ и $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

Ответ: _____.

ИЛИ

Найдите значение выражения $(2\sqrt{13} - 1)(2\sqrt{13} + 1)$.

Ответ: _____.

ИЛИ

Найдите значение выражения $\log_3 1,8 + \log_3 5$.

Ответ: _____.

12 В классе учится 20 человек, из них 13 человек посещают кружок по истории, а 10 — кружок по математике. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

- 1) Каждый ученик этого класса посещает оба кружка.
- 2) Найдётся хотя бы двое из этого класса, кто посещает оба кружка.
- 3) Если ученик из этого класса ходит на кружок по истории, то он обязательно ходит на кружок по математике.
- 4) Не найдётся 11 человек из этого класса, которые посещают оба кружка.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

ИЛИ

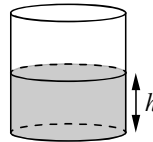
Во дворе школы растут всего три дерева: ясень, рябина и осина. Ясень выше рябины на 1 метр, но ниже осины на 2 метра. Выберите все утверждения, которые верны при указанных условиях.

- 1) Среди указанных деревьев не найдётся двух одной высоты.
- 2) Ясень, растущий во дворе школы, выше осины, растущей там же.
- 3) Любое дерево, помимо указанных, которое ниже ясеня, растущего во дворе школы, также ниже рябины, растущей там же.
- 4) Любое дерево, помимо указанных, которое ниже рябины, растущей во дворе школы, также ниже ясеня, растущего там же.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

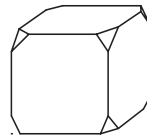
- 13** Вода в сосуде цилиндрической формы находится на уровне $h = 80$ см. На каком уровне окажется вода, если её перелить в другой цилиндрический сосуд, у которого радиус основания в 4 раза больше, чем у данного? Ответ дайте в сантиметрах.



Ответ: _____.

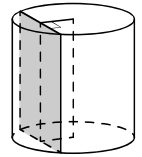
ИЛИ

От деревянного кубика отпилили все его вершины (см. рисунок). Сколько граней у получившегося многогранника (невидимые рёбра на рисунке не изображены)?



Ответ: _____.

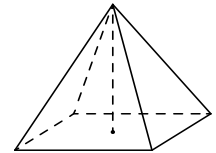
- 14** Радиус основания цилиндра равен 13, а его образующая равна 18. Сечение, параллельное оси цилиндра, удалено от неё на расстояние, равное 12. Найдите площадь этого сечения.



Ответ: _____.

ИЛИ

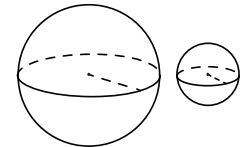
Найдите объём правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 4, а боковое ребро равно $\sqrt{17}$.



Ответ: _____.

ИЛИ

Даны два шара с радиусами 9 и 3. Во сколько раз площадь поверхности большего шара больше площади поверхности меньшего?



Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

**Система оценивания экзаменационной работы ГВЭ-аттестат
по математике**

Правильный ответ на каждое из заданий 1–14 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если экзаменуемый дал правильный ответ в виде целого числа, или конечной десятичной дроби, или последовательности цифр.

При записи ответов на задание 12 цифры могут быть записаны в любом порядке.

Номер задания	Правильный ответ		
	Пример 1	Пример 2	Пример 3
1	6	36	11
2	17 400	50	9
3	7	67	–2
4	0,2	0,97	
5	7	6559	–3
6	4213	4321	
7	12		
8	135	120	12
9	2143	4132	4132
10	578<или> 587<или> 758<или> 785<или> 857<или> 875	390<или> 570<или>750	51576<или> 75156<или> 75576
11	–0,6	51	2
12	24<или>42	14<или>41	
13	5	14	
14	180	16	9